

מכינת מתמטיקה לקראת לימודי הנדסה ברמת 4 יחידות

פרק 18 - חקירה פרמטרית - חקירת משוואה ממעלה שנייה

תוכן העניינים

1. פתרון משוואות ממעלה שנייה עם פרמטר 1
2. חקירה של משוואה ממעלה שנייה 2
3. חקירות עם קדקוד פרבולה 11

פתרון משוואות ממעלה שנייה עם פרמטר:

סיכום כללי:

משוואות מהצורה: $ax^2 + bx + c = 0$ המכילות פרמטר כלשהו, m , המגולם בתוך הביטויים של המקדמים a , b ו- c נקראות משוואות עם פרמטר. פתרון של משוואה עם פרמטר יתבצע באופן רגיל, אך יכול להכיל את הפרמטר.

שאלות:

(1) פתור את המשוואה: $x^2 + mx - 12m^2 = 0$.

(2) פתור את המשוואה: $2x^2 + 5m^2 = (11m+1)x - 5m$.

תשובות סופיות:

(1) $x_1 = 3m$, $x_2 = -4m$

(2) $x_1 = 5m$, $x_2 = \frac{m+1}{2}$

חקירה של משוואה ממעלה שנייה:

סיכום כללי:

המשוואה הריבועית:

תהא המשוואה הריבועית: $ax^2 + bx + c = 0$ כאשר $a \neq 0$.
נגדיר: $\Delta = b^2 - 4ac$ ונאמר כי:

- למשוואה יהיו שני פתרונות ממשיים שונים אם: $\Delta > 0$.
- למשוואה יהיה פתרון ממשי אחד אם: $\Delta = 0$.
- למשוואה לא יהיו שני פתרונות ממשיים כלל אם: $\Delta < 0$.

אם $a = 0$ תתקבל משוואה ליניארית מהצורה: $bx + c = 0$.

- למשוואה זו יהיה פתרון ממשי אחד אם $b \neq 0$.
- למשוואה לא יהיו פתרונות כלל אם: $b = 0$ ו- $c \neq 0$.

אם $b = 0$ וגם $c = 0$ למשוואה יהיו אינסוף פתרונות ממשיים.

הפונקציה הריבועית:

תהא הפונקציה הריבועית: $y = ax^2 + bx + c$ כאשר $a \neq 0$.
נגדיר: $\Delta = b^2 - 4ac$ ונאמר כי לפונקציה נקודות חיתוך עם ציר ה- x באופן הבא:

- אם $a > 0$ תתקבל פרבולה ישרה (מחייכת):
 - עבור $\Delta > 0$ הפרבולה תחתוך את ציר ה- x בשתי נקודות שונות.
 - עבור $\Delta = 0$ הפרבולה תשיק לציר ה- x (חיתוך בנקודה אחת).
 - עבור $\Delta < 0$ הפרבולה תהיה מרחפת (ללא חיתוך עם ציר ה- x כלל).
- אם $a < 0$ תתקבל פרבולה הפוכה (עצובה):
 - עבור $\Delta > 0$ הפרבולה תחתוך את ציר ה- x בשתי נקודות שונות.
 - עבור $\Delta = 0$ הפרבולה תשיק לציר ה- x (חיתוך בנקודה אחת).
 - עבור $\Delta < 0$ הפרבולה תהיה מרחפת (ללא חיתוך עם ציר ה- x כלל).

- אם $a=0$ תתקבל פונקציה ליניארית: $y = bx + c$ ולה:

○ עבור $b > 0$ יתקבל ישר עולה החותך את ציר ה- x ב- $\left(-\frac{c}{b}, 0\right)$.

○ עבור $b < 0$ יתקבל יורד עולה החותך את ציר ה- x ב- $\left(-\frac{c}{b}, 0\right)$.

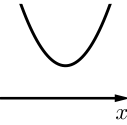
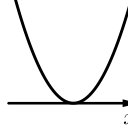
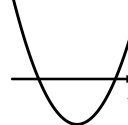
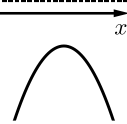
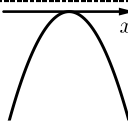
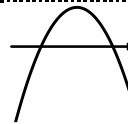
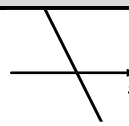
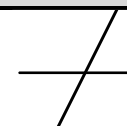
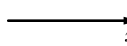
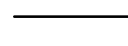
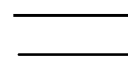
- אם $b=0$ יתקבל ישר $y=c$ וכעת:

○ אם $c > 0$ הישר כולו מעל לציר ה- x ומקביל לו.

○ אם $c < 0$ הישר כולו מתחת לציר ה- x ומקביל לו.

○ אם $c=0$ הישר מתלכד עם ציר ה- x .

ניתן לסכם את כל המקרים באופן הבא:

פירוט מילולי			תנאים	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
תיאור גרפי של $y = ax^2 + bx + c$ עבור $a \neq 0$			$a > 0$			
			$a < 0$			
תיאור גרפי של $y = bx + c$ כאשר $a = 0$ ו- $b \neq 0$			$a = 0$ $b \neq 0$			
				$b < 0$	$b > 0$	
תיאור גרפי של $y = c$ כאשר $a = 0$ ו- $b = 0$			$a = 0$ $b = 0$			
				$c = 0$	$c < 0$	$c > 0$

שאלות:

(1) נתונה המשוואה: $(3-m)x^2 + 4mx - 2m = 0$, $(m \neq 3)$.

מצא לאלו ערכי m למשוואה:

א. שני פתרונות ממשיים שונים.

ב. פתרון ממשי אחד.

ג. אין פתרונות ממשיים כלל.

(2) נתונה הפונקציה: $y = 2mx^2 + mx - 1$.

מצא לאלו ערכי m הפונקציה אינה חותכת את ציר ה- x .

(3) נתונה הפונקציה: $y = (m^2 - 9)x^2 + (m + 3)x + 4$, $(m \neq \pm 3)$.

מצא לאלו ערכי m הפונקציה נמצאת מעל ציר ה- x לכל ערך של x .

(4) נתון אי השוויון: $mx^2 > (m+4)(x-1) - x^2$.

מצא לאלו ערכי m אי השוויון מתקיים לכל ערך של x .

(5) נתונה המשוואה הבאה: $-m(x-1)^2 + 2(m+16) = x(6-x(2m-3)) + 1$.

א. מצא עבור אלו ערכי m יש למשוואה:

i. שני פתרונות ממשיים שונים.

ii. פתרון ממשי אחד.

iii. אף פתרון ממשי.

ב. מצא את הפתרון היחיד עבור ערכי ה- m המתאימים במידה והוא קיים.

(6) נתונה המשוואה הבאה: $m^2x(9x+1)+1=0$.

א. מצא עבור אלו ערכי m יש למשוואה:

i. שני פתרונות ממשיים שונים.

ii. פתרון ממשי אחד.

iii. אף פתרון ממשי.

ב. מצא את הפתרון היחיד עבור ערכי ה- m המתאימים במידה והוא קיים.

(7) נתונה המשוואה: $mx^2 - (9m+4)x + 20m+16 = 0$.

- א. הראה שעבור כל ערך של m יש למשוואה לפחות פתרון ממשי אחד.
 ב. פתור את משוואה והראה כי אחד השורשים הוא מספר קבוע שאינו תלוי ב- m .

(8) לפניך הפונקציה הבאה: $f(x) = (m^2 - m - 2)x^2 + 2(m-2)x + 4$.

ענה על השאלות הבאות:

- א. עבור אלו ערכי m גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בשתי נקודות שונות?
 ב. עבור אלו ערכי m גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בנקודת אחת בלבד?
 ג. עבור אלו ערכי m גרף הפונקציה לא חותך את ציר ה- x כלל?
 ד. עבור אלו ערכי m גרף הפונקציה חיובי לכל ערך של x ?
 ה. עבור אלו ערכי m גרף הפונקציה שלילי לכל ערך של x ?

(9) נתונה הפונקציה: $f(x) = kx^2 - 5kx + 6k + 1$.

- א. עבור אלו ערכי k גרף הפונקציה יהיה כולו מעל לציר ה- x ?
 ב. עבור איזה ערך של k יתקבל גרף פרבולה הנוגעת בציר ה- x ?

(10) עבור אלו ערכי m גרף הפונקציה: $f(x) = (k^2 - 5k - 6)x^2 + (2 - 3k)x + 2$

הוא אי-שלילי לכל ערך של x ?

(11) נתונות הפונקציות: $f(x) = x^2 + 4x + 2m + 2$ ו- $g(x) = (1-m)x^2 - 3mx - 1.5$.

- א. מצא עבור אלו ערכי m נחתכים הגרפים של הפונקציות:
 i. בשתי נקודות שונות.
 ii. בנקודה אחת בלבד.
 iii. באף נקודה.
 ב. מצא לאלו ערכי m יהיה גרף הפונקציה $f(x)$ כולו מתחת לגרף הפונקציה $g(x)$.

(12) נתונה הפונקציה: $f(x) = 2kx^2 + 6kx + 8k + 2$.

א. עבור איזה ערך של k גרף הפונקציה יהיה ישר העובר ברביעים הראשון והשני בלבד?

מגדירים פונקציה נוספת: $g(x) = kx^2 - 6x - 10$.

ב. האם קיימים ערכי k עבורם גרף הפונקציה $f(x)$ הוא מעל גרף

הפונקציה $g(x)$ לכל x ? הראה חישוב מתאים.

ג. הוכח כי קיים ערך של k עבורו גרפים של שתי הפונקציות משיקים זה לזה ומצא אותו.

(13) נתונה הפונקציה הריבועית: $f(x) = 2x^2 - (5m+7)x + 3m^2 + 8m + 5$.

א. הראה כי גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x לפחות פעם אחת לכל ערך של m .

ב. מצא את שורשי הפונקציה.

ג. עבור אלו ערכי m סכום השורשים גדול מ-3.5.

ד. מהם שורשי הפונקציה כאשר: $m = 0$?

(14) נתונה המשוואה הבאה: $(k+1)x^2 + (k^2 - 4k - 5)x - 54 = 0$.

א. ענה על שני החלקים הבאים:

i. עבור אלו ערכי k יהיו פתרונות המשוואה שני מספרים נגדיים?

ii. מהם פתרונות המשוואה עבור ערכי ה- k שמצאת?

ב. הראה כי לא קיים ערך של k עבורו פתרונות המשוואה:

$$(k-4)x^2 + (6k-k^2-8)x + 5k-10 = 0 \text{ הם מספרים נגדיים.}$$

(15) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = mx^2 + (m-2)x + m^2 + 3m - 10$.

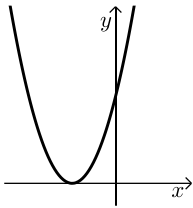
א. מצא עבור אלו ערכי m גרף הפונקציה עובר בראשית הצירים.

ב. מצא את נקודות החיתוך שבין הגרפים המתקבלים עבור כל ערכי ה- m שמצאת בסעיף א'.

(16) מצא עבור אלו ערכי m למשוואה: $(4-m)x^2 + (m+2)x + m^2 - 12m - 28 = 0$

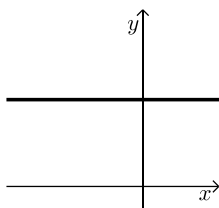
יהיו שני פתרונות ממשיים שונים שאחד מהם הוא אפס.

(17) נתונה משפחת הפרבולות הבאה: $f(x) = 2x^2 + (m+1)x + m^2 + 2m - 2.5$.



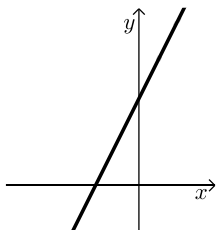
- א. מצא ערך של m עבורו גרף הפרבולה השייכת למשפחת הפונקציות הנ"ל היא מהצורה:
- ב. עבור ערך ה- m שמצאת בסעיף הקודם מצא את התחום של k עבורו יהיה לגרף הפרבולה ולישר $y = kx - 4$ שתי נקודות חיתוך.

(18) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = (m^2 - 5m + 4)x^2 + (2m - 2)x + 1$.



- א. עבור אלו ערכים של m הפונקציה תחתוך את ציר ה- x בשתי נקודות שונות?
- ב. מצא ערך של m עבורו גרף הפונקציה השייך למשפחת הפונקציות הנ"ל יהיה מהצורה שבצד, וכתוב את משוואת הישר המתקבלת במקרה זה.
- ג. הגרף שאת משוואתו מצאת בסעיף הקודם חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות שונות. הראה כי אחת מהן אינה תלויה ב- m .
- ד. עבור אלו ערכי m נקודת החיתוך שתלויה ב- m תהיה מימין לנקודת החיתוך שמצאת בסעיף הקודם?

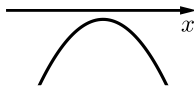
(19) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4x(mx+2)+4-m}{4}$, פרמטר חיובי.



- א. הראה כי לכל הגרפים המייצגים את משפחת הפונקציות הנ"ל יש נקודת חיתוך עם ציר ה- x שאינה תלויה ב- m ומצא את נקודה זו.
- ב. עבור איזה ערך של m גרף הפונקציה יהיה מיוצג ע"י ישר מהצורה:
- ג. הראה כי קיים תחום של x אשר לא תלוי ב- m ובו גרף הפונקציה נמצא תמיד מתחת לישר שמצאת בסעיף הקודם ומצא את תחום זה.

(20) נתונה הפונקציה: $f(x) = 3m^2x^2 + 4mx + 2$.

- א. הוכח כי הפונקציה נמצאת תמיד מעל לציר ה- x עבור כל ערך של m .
- ב. מגדירים פונקציה חדשה באופן הבא: $y = \frac{mx^2 + 2x(m+2) + m}{3m^2x^2 + 4mx + 2}$. מצא עבור אלו ערכי m הפונקציה y היא שלילית.



(21) נתונה הפונקציה: $f(x) = mx^2 + (2m+1)x - \frac{1}{4}$.

א. עבור אלו ערכי m גרף הפונקציה השייך למשפחת הפונקציות הנ"ל יהיה מהצורה:

ב. מגדירים פונקציה חדשה באופן הבא: $y = \frac{(m^2 - 9)x^2 + (m + 3)x - 1}{mx^2 + (2m + 1)x - \frac{1}{4}}$.

הראה כי הפונקציה y חיובית בתחום שמצאת בסעיף הקודם.

ג. דרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה y עם ציר ה- y מעבירים ישר המקביל לציר ה- x .

i. כתוב את משוואת ישר זה.

ii. מצא עבור אלו ערכים של m גרף הפונקציה חותך את הישר

בנקודה שבה: $x = -9$.

תשובות סופיות:

- (1) א. $m > 0$ או $m < -3$ וגם $m \neq 3$ ב. $m = 0, -3$ ג. $-3 < m < 0$
- (2) $-8 < m \leq 0$
- (3) $m > 3\frac{2}{5}$ או $m < -3$
- (4) $m > 0$
- (5) א. i. $m > 3$ ii. m אף m iii. $m < 3$
- ב. לא קיים מקרה בו יש למשוואה פתרון יחיד.
- (6) א. i. $m > 6, m < -6$ ii. $m = \pm 6$ iii. $-6 < m < 6, m \neq 0$
- ב. בשני המקרים יתקבל: $x = -\frac{1}{18}$
- (7) א. מתקבל: $\Delta = (m+4)^2$ שתמיד אי-שלילי ובמקרה הלא-ריבועי מתקבלת משוואה עם פתרון אחד.
- ב. $m_{1,2} = 4, \frac{5m+4}{m}$
- (8) א. $-2 < m < 2, m \neq -1$ ב. $m = -1, -2$ ג. $m < -2, m \geq 2$
- ד. $-2 < m < -1, m = 2$ ה. m אף m
- ב. $k = 4$
- (9) א. $0 \leq k < 4$
- (10) $-26 \leq k \leq -2$
- (11) א. i. $m < -8, m > -2, m \neq 0$ ii. $m = 0, -2, -8$ iii. $-8 < m < -2$
- ב. $-8 < m < -2$
- (12) א. $k = 0$ ב. לא. אין פתרון לאי-שוויון: $f(x) > g(x)$
- ג. עבור אי-השוויון של סעיף ב' מתקבל: $\Delta = 4(k+3)^2$ ולכן כאשר $k = -3$ הגרפים נוגעים זה בזה בנקודה אחת.
- (13) א. הוכחה. ב. $x_{1,2} = m+1, 1.5m+2.5$
- ג. $m > 0$ ד. $x_{1,2} = 1, 2.5$
- (14) א. i. $k = 5$ ii. $x = \pm 3$ ב. הוכחה.
- (15) א. $m = 2, -5$ ב. $(0,0), (-1,2)$
- (16) $m = 14$
- (17) א. $m = 1$. כאשר: $m = -3$ נקבל גרף: $y = 2x^2 - 2x + 0.5$ המשיק לציר x מימין לראשית ולכן נפסל. ב. $k < -4, k > 8$
- (18) א. $m > 1, m \neq 4$ ב. $f(x) = 1, m = 1$ ג. הנקודה היא: $(0,1)$
- ד. $m \neq 1, m < 4$
- (19) א. הנקודה היא: $(-0.5, 0)$ ב. $m = 0$ ג. $-0.5 < x < 0.5$

(20) א. מתקבל: $\Delta = -8m^2$ ולכן לגרף הפרבולה אין חיתוכים כלל ומכיוון ש-A אי-שלילי הרי שמדובר בפרבולה מרחפת חיובית. במקרה הישר מתקבל ישר המקביל לציר ה-x שגם כן כולו חיובי.
 ב. מאחר והמכנה תמיד חיובי (ממקודם) יש לדרוש תנאים שיקיימו מונה שלילי ($\Delta < 0, a < 0$ - עבור המונה) נקבל: $m < -1$.

(21) א. $-1 < m < -\frac{1}{4}$ ב. הוכחה. ג. i. $y = 4$

ii. $m = 5, -1\frac{7}{9}$

חקירות עם קדקוד פרבולה:

סיכום כללי:

תהא הפונקציה הריבועית: $y = ax^2 + bx + c$ כאשר $a \neq 0$. נגדיר: $\Delta = b^2 - 4ac$.
התיאור הגרפי של הפונקציה הריבועית הוא פרבולה.

עבור $a \neq 0$ נקבל כי קדקוד הפרבולה הוא: $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

• שאלות העוסקות בקדקוד חיובי/שלילי נדרוש: $-\frac{\Delta}{4a} > 0$ או $-\frac{\Delta}{4a} < 0$ בהתאמה.

• שאלות העוסקות בקדקוד הנמצא מימין/משמאל לציר ה- y נדרוש $-\frac{b}{2a} > 0$

או $-\frac{b}{2a} < 0$ בהתאמה.

• שאלות העוסקות בקדקוד שנמצא מעל/מתחת לישר $y = n$ או מימין/משמאל

לישר $x = k$ נדרוש $-\frac{\Delta}{4a} > n$ ו- $-\frac{b}{2a} > k$ בהתאמה.

• שאלות העוסקות בקדקוד שבאחד הרביעים נדרוש $-\frac{b}{2a} > 0$ ו- $-\frac{\Delta}{4a} > 0$

לפי הרביע המבוקש.

שאלות:

1) נתונה הפונקציה: $f(x) = (m+3)x^2 + (3m+14)x + 2m+7$.

א. עבור אלו ערכי m גרף הפונקציה הוא פרבולה החותכת את ציר ה- x בשתי נקודות?

ב. הבע באמצעות m את שיעורי קדקוד הפרבולה של גרף הפונקציה הנתונה.

ג. עבור אלו ערכי m קדקוד הפרבולה יהיה וודאי מתחת לישר: $y = -4$?

ד. עבור אלו ערכי m מתקיימים התנאים של סעיף א' ו-ג' יחד?

(2) נתונה הפרבולה הבאה: $f(x) = x^2 - 3(m-2)x + 2m^2 - 8m + 7$.

א. הוכח את הטענות הבאות:

- i. גרף הפרבולה חותך את ציר ה- x בשתי נקודות עבור כל ערך של m .
- ii. קדקודי כל הפרבולות המיוצגות ע"י תבנית הפונקציה הנתונה נמצאים מתחת לציר ה- x .
- ב. עבור איזה ערך של m גרף הפרבולה יחתוך את ציר ה- x בשתי נקודות הנמצאות באותו מרחק מראשית הצירים?
- ג. עבור ערך ה- m שמצאת בסעיף הקודם מצא את נקודות החיתוך על ציר ה- x .
- ד. הראה כי קדקוד הפרבולה המתקבלת בעת הצבת ערך ה- m הנ"ל נמצא על ציר ה- y .

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = (m^2 - 2m - 3)x^2 + 8x + 0.5$.

- א. עבור אלו ערכי m גרף הפונקציה הוא פרבולה?
- ב. עבור אלו ערכי m גרף הפונקציה הוא פרבולה החותכת את ציר ה- x בשתי נקודות?
- ג. הבע באמצעות m את שיעורי קדקוד הפרבולה.
- ד. הוכח כי קדקודי כל הפרבולות נמצאים על הישר: $2y = 8x + 1$ עבור כל ערך של m עבורו מתקבלת פרבולה.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = (k^2 - 2k + 15)x^2 + kx + 12$.

- א. הוכח כי עבור כל ערך של k גרף הפונקציה לא נוגע בציר ה- x כלל.
- ב. הוכח כי קדקוד הפרבולה המיוצגת ע"י התבנית הנ"ל תמיד מעל לציר ה- x .
- ג. עבור איזה ערך של k קדקוד הפרבולה יהיה על ציר ה- y ?
- ד. מצא את שיעורי קדקוד הפרבולה במקרה זה.

(5) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = (k^2 - 9)x^2 + (k+3)x - 1$.

- א. עבור אלו ערכי k גרף הפונקציה אינו חותך את ציר ה- x ?
- ב. הבע באמצעות k את שיעורי קדקוד הפרבולה המיוצגת ע"י התבנית של $f(x)$.
- ג. מצא עבור אלו ערכי k קדקוד הפרבולה יהיה ברביע הראשון.
- ד. האם קיים ערך של k עבורו קדקוד הפרבולה נמצא על ציר ה- y ? נמק את תשובתך.

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = (m^2 - 4)x^2 + 5mx + 6$.

- א. הראה כי הפונקציה חותכת את ציר ה- x לפחות פעם אחת עבור כל ערך של m .
- ב. עבור אלו ערכי m גרף הפונקציה הוא פרבולת מינימום?
- ג. הראה כי קדקוד הפרבולה המתקבל עבור ערכי ה- m שמצאת בסעיף הקודם נמצא תמיד מתחת לציר ה- x .

(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = (m^2 - 8m + 12)x^2 + (m - 2)x + 2$.

- א. עבור אלו ערכי m גרף הפונקציה יהיה כולו מעל לציר ה- x ?
- ב. עבור אלו ערכי m גרף הפונקציה הוא פרבולה מרחפת חיובית שקדקודה משמאל לישר: $x = -\frac{1}{2}$.
- ג. האם ייתכן כי גרף הפונקציה יכול להיות פרבולת מקסימום שקדקודה הוא משמאל לישר: $x = -\frac{1}{2}$? נמק והראה חישוב מתאים.

(8) נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = (m^2 - 4)x^2 + 2x + 1$, $g(x) = (m + 2)x^2 + (5 - m)x + 3$.

- א. ענה על השאלות הבאות:
 - i. מצא ערך של m עבורו הגרפים משיקים זה לזה.
 - ii. מצא ערך של m עבורו הגרפים חותכים זה את זה בנקודה אחת בלבד.
 - iii. הסבר מדוע בכל מקרה התקבל ערך m שונה.
- ב. עבור אלו ערכי m הגרפים של הפונקציות הם פרבולות מינימום המקיימות שקדקוד הפרבולה המיוצגת ע"י הפונקציה $f(x)$ נמצא מימין לקדקוד הפרבולה המיוצגת ע"י $g(x)$?

(9) נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = (m^2 - 9)x^2 + 7x + 5$, $g(x) = (m - 3)x^2 + (4m - 3)x + 1$.

- א. עבור אלו ערכי m הגרפים נחתכים בשתי נקודות שונות?
- ב. ענה על השאלות הבאות:
 - i. עבור איזה ערך של m הגרפים הם פרבולות נוגעות זו בזו?
 - ii. עבור איזה ערך של m הגרפים חותכים זה את זה בנקודה אחת בלבד.
 - iii. הסבר את ההבדל בין הערכים של m שהתקבלו בחלק i ובחלק ii.
- ג. מצא את נקודת החיתוך של שני הגרפים.
- ד. עבור אלו ערכי m הסכום של שיעורי ה- x של נקודות קדקודי הפרבולות של שתי הפונקציות יהיה קטן מ-1?

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } m < -28, m > -4, m \neq -3. \quad \text{ב. } \left(\frac{-3m-14}{2m+6}, \frac{-m^2-32m-112}{4m+12} \right)$$

$$\text{ג. } m > -3. \quad \text{ד. } m > -3.$$

$$(2) \quad \text{א. i. מתקבל: } \Delta = m^2 - 4m + 8 \text{ שחיובי תמיד.}$$

$$\text{ii שיעור ה- } y \text{ של הקדקוד הוא: } -\frac{\Delta}{4} \text{ אשר שלילי תמיד.} \quad \text{ב. } m = 2$$

$$\text{ג. } (\pm 1, 0) \quad \text{ד. הקדקוד: } (0, -1).$$

$$(3) \quad \text{א. } m \neq 3, -1. \quad \text{ב. } -5 < m < 7. \quad \text{ג. } \left(\frac{-4}{m^2-2m-3}, \frac{m^2-2m-35}{2(m^2-2m-3)} \right)$$

ד. יש להציב את הקדקוד בישר ולקבל שוויון אמת.

$$(4) \quad \text{א. המקדם } a \text{ תמיד חיובי ומתקבל: } \Delta = -47k^2 + 96k - 720 \text{ שתמיד שלילי.}$$

$$\text{מכאן שמדובר בפרבולה מרחפת עבור כל } k. \quad \text{ג. } k = 0. \quad \text{ד. } (0, 12).$$

$$(5) \quad \text{א. } -3 \leq k < 1.8. \quad \text{ב. } \left(\frac{1}{2(3-k)}, \frac{9-5k}{4(k-3)} \right). \quad \text{ג. } 1.8 < k < 3.$$

ד. לא. מכיוון שלא קיים ערך של k עבורו שיעור ה- x של קדקוד הפרבולה יהיה אפס.

$$(6) \quad \text{א. מתקבל: } \Delta = m^2 + 96 \text{ המעיד כי תמיד יש לפונקציה שני חיתוכים וכאשר } m = \pm 2$$

$$\text{מתקבלים שני ישרים החותכים את ציר ה- } x. \quad \text{ב. } m < -2, m > 2.$$

$$(7) \quad \text{א. } m \leq 2, m > 6\frac{4}{7}. \quad \text{ב. } 6\frac{4}{7} < m < 7. \quad \text{ג. לא.}$$

$$(8) \quad \text{א. i. } m = -1\frac{4}{9}. \quad \text{ii. } m = -2. \quad \text{iii. במקרה i מדובר בפרבולות אשר}$$

$$\text{יכולות להשיק ובמקרה ii מדובר בשני ישרים אשר רק נחתכים.} \quad \text{ב. } 3 < m < 4.$$

$$(9) \quad \text{א. } m \neq 3, -2, m < 3\frac{1}{16}. \quad \text{ב. i. } m = 3\frac{1}{16}. \quad \text{ii. } m = 3, -2.$$

iii. במקרה i מדובר במשוואה ריבועית ובנקודת השקה, ובמקרה ii מדובר במשוואה ליניארית ובנקודת חיתוך.

$$\text{ג. עבור } m = -2 \text{ מתקבלת: } \left(-\frac{2}{9}, 3\frac{16}{81} \right) \text{, עבור } m = 3 \text{ מתקבלת: } (2, 19).$$

$$\text{ד. } m < -3, -2.72 < m < 1.22, m > 3.$$